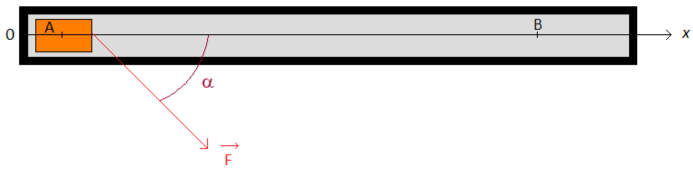
Thème : Description d'un mouvement.
Cours 9bis : Mouvement dans un champ uniforme
Aspects énergétiques.
(version élèves)

B.O. Mouvement dans un champ uniforme
Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme. Champ électrique créé par un condensateur plan. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.
Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées.
Aspects énergétiques.
Capacités mathématiques : Résoudre une équation différentielle, déterminer la primitive d'une fonction, utiliser la représentation paramétrique d'une courbe.
Capacité numérique : Représenter, à partir de données expérimentales variées, l'évolution des grandeurs énergétiques d'un système en mouvement dans un champ uniforme à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur.

I. Travail d'une force.

1. Définition du travail d'une force.

Expression du travail d'une force constante $\vec{F}$ lors du déplacement rectiligne $\overrightarrow{AB}$.



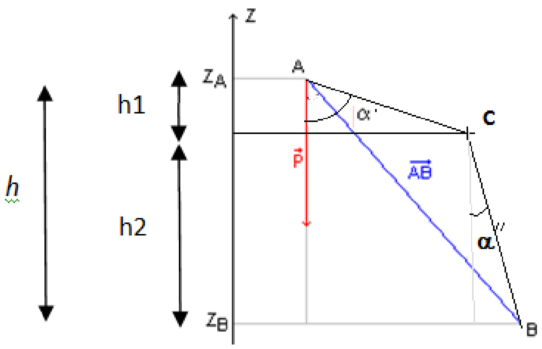
$W_{AB}(\vec{F})$ = $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha$ Produit scalaire

$W_{AB}(\vec{F})$	est le travail de la force et s'exprime est Joule.
F	est la force constante et s'exprime en Newton.
AB	est la longueur du déplacement et s'exprime en mètre.
α	est l'angle entre le vecteur force $\vec{F}$ et le déplacement $\overrightarrow{AB}$

2. Travail moteur, résistant et nul.

3. Travail de la force de pesanteur (du poids). Notion de force conservative.

Le travail du poids dépend-il du chemin suivi ?



Parcours AC :
$W_{AC}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AC} = P \times AC \times \cos\alpha'$
soit $\boldsymbol{W_{AC}(\vec{P}) = P \times h_1 = mgh_1}$

Parcours CB :
$W_{CB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{CB} = P \times CB \times \cos\alpha''$
soit $\boldsymbol{W_{CB}(\vec{P}) = P \times h_2 = mgh_2}$

Soit pour le parcours AB :
$\boldsymbol{mgh_1 + mgh_2 = mgh}$

Le travail du poids ne dépend donc pas du chemin suivi.

Expression du travail du poids :
Le travail du poids d'un corps qui se déplace d'un point A à un point B, ne dépend pas du chemin suivi, mais uniquement de l'altitude du point de départ et du point d'arrivée.
L'altitude étant mesurée sur un axe vertical orienté vers le haut, le travail s'exprime par la relation :

$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B) = m.g.h$ (Départ – Arrivée)

$W_{AB}(\vec{P})$ s'exprime en joule (J) ; m est la masse du corps et s'exprime en kilogramme (kg).
g est l'intensité de la pesanteur et s'exprime en $N.kg^{-1}$ ou en $m.s^{-2}$
z_A et z_B sont les altitudes respectives de A et de B et s'exprime en mètre (m)

Notion de force conservative.

Une force est conservative si elle est constante en **intensité** et en **direction**.

Le poids est une force conservative car sa norme est constante (on considère que g ne varie pratiquement pas avec l'altitude) et sa direction (verticale) est également constante.

De manière générale si une force est conservative, son travail ne dépend pas du chemin suivi.

Attention toutefois au cas des forces de frottements. **Les forces de frottements** dépendent de la vitesse du corps. Elles changent donc d'intensité, elles **ne sont donc pas conservatives.**

II. Energies.

2. Transferts d'énergie entre énergie potentielle et énergie cinétique.

Animation : http://phet.colorado.edu/fr/simulation/energy-skate-park-basics
ou https://phet.colorado.edu/fr/simulation/energy-skate-park

Problématique : comment évolue l'énergie du système skateur soumis au champ de pesanteur ?

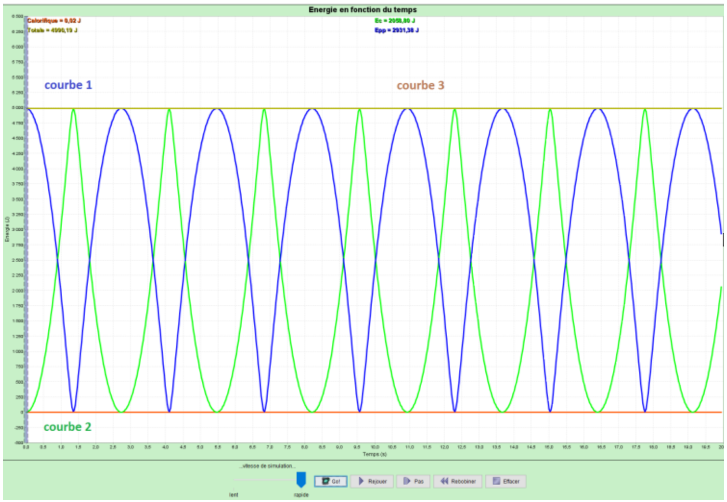
- On définit le système, le référentiel, les conditions initiales.
- On effectue le bilan des forces.

On utilise la fonctionnalité « histogramme » pour faire apparaître les différentes formes d'énergies.

- Energie cinétique : $E_K = 0$ pour $h = h_{max}$ et $E_K = E_{K\,max}$ pour $z_0 = 0$.
- Energie potentielle de pesanteur: $E_{PP} = E_{pp\,max}$ pour $h = = h_{max}$.
- Energie mécanique (totale) E_M = constante = $E_c + E_{PP}$ à tout instant t.
- Energie thermique (pas de forces de frottement) = 0

On constate qu'il y a transfert d'énergie au cours du temps. L'énergie totale reste toutefois constante.

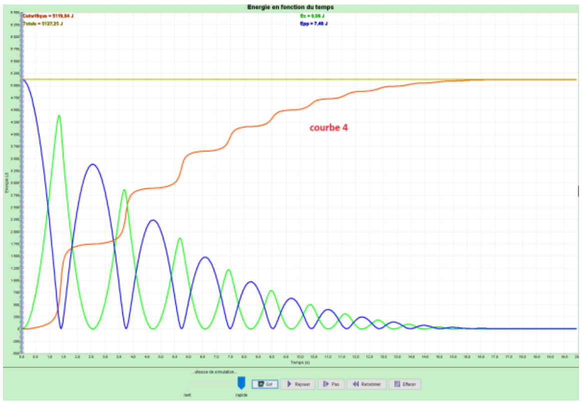
- Evolutions des énergies au cours du temps **sans frottement.**

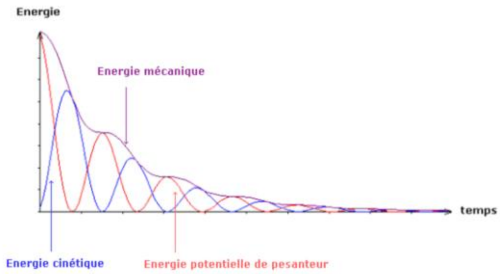


Attribuer les courbes aux différentes énergies (E_c , E_{pp} et E_m)

Il y a conservation de l'énergie mécanique.

- Evolution des énergies au cours du temps **avec frottements**





L'énergie mécanique diminue au cours du temps

La courbe 4 représente l'énergie thermique (calorifique) due aux frottements. Il y a dissipation de l'énergie sous forme de chaleur.

Il n'y a pas conservation de l'énergie mécanique.

III. Application de la conservation de l'énergie mécanique.

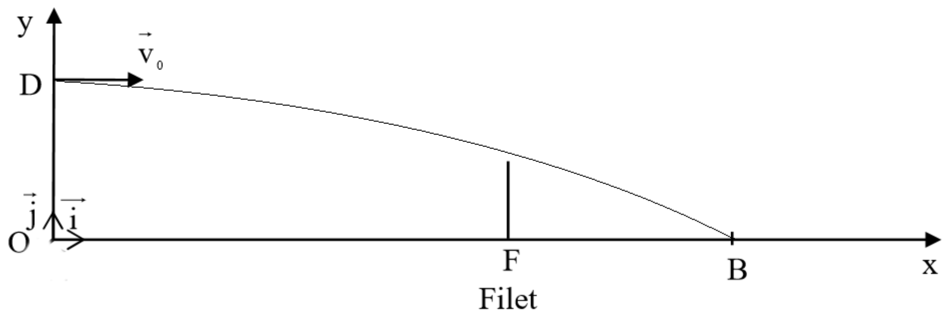
1. Détermination de la vitesse d'un mobile.

Service de Roger Federer

Ce joueur souhaite que la balle frappe le sol en B tel que OB = L = 18,7 m.

Pour cela, il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point D situé sur la verticale de O à la hauteur H = 2,20 m.
La balle part alors de D avec une vitesse de valeur v_0 = 126 km.h^{-1}, horizontale comme le montre le schéma ci-dessous.
La balle de masse m = 58,0 g sera considérée comme ponctuelle et on considérera que l'action de l'air est négligeable.

<u>Question</u> : Déterminer la valeur de la vitesse au point B en appliquant la conservation de l'énergie



<u>Réponse</u> :

IV. Théorème de l'énergie cinétique.

1. Enoncé.

La variation de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces s'exerçant sur le mobile se déplaçant d'un point A (état initial) à un point B (état final).

$\Delta E_c = \sum W_{A\rightarrow B}$ avec $\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\boldsymbol{finale}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\boldsymbol{initiale}}^2$

<u>Démonstration sous la forme d'une équation différentielle</u>

Considérons un point matériel M de masse *m* animé d'une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel galiléen et soumis à un ensemble de force $\vec{f}$.
La deuxième loi de Newton (ou relation fondamentale de la dynamique) donne :
$\sum \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$
$\sum \vec{f} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$
Multiplions par $\vec{v}$ cette expression
Il vient alors $\sum \vec{f} \cdot \vec{v} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v}$
Ou dans le cas d'une seule force $\vec{f} \cdot \vec{v} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v}$
Remarque : En Mathématiques, vous avez vu que la dérivée de u^2 est : 2.u.u'
alors la dérivée de la vitesse au carré (qui est une fonction de *t*) est égale à $\frac{d\vec{v}^2}{dt} == 2 \cdot \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$

On peut écrire que la dérivée de l'énergie cinétique est :
(la masse ne variant pas au cours du temps)
$\frac{dE_c}{dt} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(2 \cdot \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}\right)$
$\Leftrightarrow \frac{dE_c}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}$
$\Leftrightarrow \frac{dE_c}{dt} = m \cdot \vec{a} \cdot \vec{v}$
$\Leftrightarrow \frac{dE_c}{dt} = \vec{f} \cdot \vec{v}$
Et dans un cas général avec plusieurs forces :
$\frac{dE_c}{dt} = \sum \vec{f} \cdot \vec{v}$

Pour comprendre à quoi correspondent ces expressions, nous allons effectuer une analyse dimensionnelle.

<u>Quelle est la dimension de l'énergie cinétique</u> $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$?
Masse : M ; Longueur L ; temps T
On a alors $\mathrm{M} \cdot (\mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-1})^2$ soit $M.L^2.T^{-2}$

Sachant qu'une force qui a pour unité le Newton, correspond au produit d'une masse par une accélération (deuxième loi de Newton) alors la dimension d'une force est $M.L.T^{-2}$

On constate que la dimension de l'énergie cinétique $M.L^2.T^{-2}$ correspond à celle d'une force $M.L.T^{-2}$ multipliée par une longueur L.
Il s'agit de la dimension du travail d'une force $W(\vec{f})$

<u>Quelle est alors la dimension de la dérivée de l'énergie cinétique au cours du temps</u> $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2\right)$?
On a alors $\frac{M.L^2 \cdot T^{-2}}{T}$, Soit $M.L^2.T^{-3}$

Remarque : Cette dimension est celle d'une énergie divisée par une durée, c'est-à-dire celle d'une puissance mécanique : $P = \frac{E}{dt}$ ou encore $P = \frac{\boldsymbol{W_{A\rightarrow B}}}{dt}$

<u>Quelle est la dimension de l'expression</u> $\sum \vec{f} \cdot \vec{v}$?

Une force qui a pour unité le Newton, correspond au produit d'une masse par une accélération (deuxième loi de Newton) alors la dimension de $\sum \vec{f} \cdot \vec{v}$ est $M.L.T^{-2}$. $L.T^{-1}$
Soit $M.L^2.T^{-3}$
L'équation $\frac{dE_c}{dt} = \sum \vec{f} \cdot \vec{v}$ est donc homogène (même dimension pour les deux membres de l'équation), on constate alors que la dimension de $\sum \vec{f} \cdot \vec{v}$ correspond également celle d'une puissance.

On peut donc écrire que $\boldsymbol{\frac{dE_c}{dt}} = \sum \boldsymbol{P}$
La dérivée de l'énergie cinétique par rapport au temps est donc égale à la somme des puissances mécanique du système.

Résolvons l'équation différentielle $\boldsymbol{\frac{dE_c}{dt}} = \sum \boldsymbol{P}$ en l'intégrant entre deux dates t_A et t_B correspondant aux points de départ A et au point d'arrivée B :
Comme le travail d'une force est égale à $\boldsymbol{W_{A \to B}} = \sum \boldsymbol{P}.dt$, on peut écrire que la variation d'énergie cinétique est égale à : **$\Delta E_c = E_c$ (B) – E_c (A) =** $\sum \boldsymbol{W_{A \to B}}$
Il s'agit du théorème de l'énergie cinétique.

2. Application : détermination de la valeur d'une force de frottement.

On étudie le mouvement d'une pierre de curling qui une fois lancée du point A, doit atteindre et **s'arrêter** au centre B d'une cible appelée « maison » située à AB = 30 m.
La masse de la pierre est égale à m = 20 kg
La vitesse initiale de la pierre est égale à v_A = 7,75 m.s^{-1} (27,9 km/h)

<u>Questions</u> :

- Définir le système, le référentiel.
- Faire le bilan des forces exercées sur le mobile.
- Etablir les expressions ou les valeurs des travaux des différentes forces.
- En déduire l'intensité de la force de frottement.
- Application du théorème de l'énergie cinétique pour la détermination de la valeur de la force de frottements.

<u>Réponses</u> :